**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Пространства Соболева и краевые задачи

Sobolev Spaces and Boundary Value Problem

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 001264

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Излагается теория гильбертовых пространств Соболева и их приложений к эллиптическим краевым задачам. В качестве вспомогательного материала рассказываются основы теории интерполяции банаховых пространств. Для понимания достаточно знаний основ функционального анализа и теории обобщенных функций.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики. Часть I».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: Элементы теории интерполяции, Пространства Соболева, Эллиптические уравнения в R^n, Краевые задачи.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: практические занятия. Консультации, зачет.

Самостоятельная работа с использованием методических материалов: индивидуальная работа с рекомендованной основной и дополнительной литературой.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  |  | 30 |  |  |  |  | | 2 |  |  |  | 34 |  | 6 |  | 30 | 2 |
|  |  |  |  | 10-25 |  |  |  |  | | 10-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО |  |  |  | 30 |  |  |  |  | | 2 |  |  |  | 34 |  | 6 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 7**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часов** |
| 1 | Элементы теории интерполяции | практические занятия | 6 |
| сам. раб. с использованием  методических материалов | 8 |
| 2 | Пространства Соболева | практические занятия | 8 |
| сам. раб. с использованием  методических материалов | 8 |
| 3 | Эллиптические уравнения в R^n | практические занятия | 8 |
| сам. раб. с использованием  методических материалов | 8 |
| 4 | Краевые задачи | практические занятия | 8 |
| сам. раб. с использованием  методических материалов | 10 |
| 5 | Промежуточная аттестация | самостоятельная работа | 6 |
| зачёт | 2 |
| **Итого** | | | **72** |

**Раздел 1: Элементы теории интерполяции.** Комплексный метод интерполяции. Интерполяционная теорема. Примеры. Интерполяция в L\_p. Неравенства для свертки и преобразования Фурье. Вещественный метод интерполяции. K-функционал, интерполяционная теорема. Слабые L\_p пространства, примеры. Теорема Марцинкевича.

**Раздел 2: Пространства Соболева.** Шкала пространств Соболева в R^n, простейшие свойства, эквивалентные нормы. Вложения пространств Соболева в C^a и L\_p. Следы функций на гиперплоскости – прямая и обратная теорема о следах. Компактность в теоремах вложения. Пространства Соболева на поверхности и в области. Теоремы о продолжении. Оператор продолжения нулем, пространства H^p\_0.

**Раздел 3: Эллиптические уравнения в R^n.** Определения эллиптичности – для скалярных уравнений и систем, примеры. Эллиптические априорные оценки. Теоремы о глобальной и локальной разрешимости уравнений в R^n, локальное повышение гладкости. Спектр эллиптического оператора. Пример – уравнение Гельмгольца – условия излучения, принцип предельной амплитуды и предельного поглощения.

**Раздел 4: Краевые задачи.** Задача в полупространстве, условия накрытия (условия Шапиро-Лопатинского). Примеры. Эллиптическая априорная оценка в полупространстве и в области. Фредгольмовость оператора краевой задачи. Формула Грина, сопряженная задача относительно формулы Грина. Условия разрешимости краевой задачи.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение обучающимися практических занятий.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Работа и использование основной и дополнительной литературы.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Зачет проводится в устной форме. Для получения зачета обучающийся должен сделать доклад. Преподаватель задает вопросы по теме доклада, а также дополнительные вопросы по другим темам, изложенным в курсе.

Критерии выставления оценок:

«Зачет» ставится за правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 7**

Темы докладов:

1. Комплексный метод интерполяции.
2. Интерполяционная теорема. Примеры.
3. Интерполяция в L\_p.
4. Неравенства для свертки и преобразования Фурье.
5. Вещественный метод интерполяции.
6. K-функционал, интерполяционная теорема.
7. Слабые L\_p пространства, примеры.
8. Теорема Марцинкевича.
9. Шкала пространств Соболева в R^n, простейшие свойства, эквивалентные нормы.
10. Вложения пространств Соболева в C^a и L\_p.
11. Следы функций на гиперплоскости – прямая и обратная теорема о следах.
12. Компактность в теоремах вложения.
13. Пространства Соболева на поверхности и в области.
14. Теоремы о продолжении. Оператор продолжения нулем, пространства H^p\_0.
15. Определения эллиптичности – для скалярных уравнений и систем, примеры.
16. Эллиптические априорные оценки.
17. Теоремы о глобальной и локальной разрешимости уравнений в R^n, локальное повышение гладкости.
18. Спектр эллиптического оператора.
19. Пример – уравнение Гельмгольца – условия излучения, принцип предельной амплитуды и предельного поглощения.
20. Задача в полупространстве, условия накрытия (условия Шапиро-Лопатинского). Примеры.
21. Эллиптическая априорная оценка в полупространстве и в области.
22. Фредгольмовость оператора краевой задачи.
23. Формула Грина, сопряженная задача относительно формулы Грина.
24. Условия разрешимости краевой задачи.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению занятий должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком обучающихся.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Доска для письма мелом или фломастером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Агранович М.С. Соболевские пространства, их обобщения и эллиптические граничные задачи в областях с гладкой и липшицевой границей. МЦНМО, 2013.

2. Лионс Ж.Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи, Наука, 1972.

3. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.2. Мир, 1978.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Адамс Р.А., Фурнье Д.Д.Ф. Пространства Соболева. «Тамара Рожковская», 2009.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Кароль Андрей Игоревич, кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры математической физики, andrey.i.karol@gmail.com